D.C. n°7	Mathématiques	1ère S
Durée : 2 h	***Produit scalaire, Dérivation***	*25 avril 2013*

Ce sujet est à traiter sur deux copies doubles:

- **une pour les exercices 1 ; 2 ; 3**
- **une deuxième pour les exercices 5 ; 6 et 7**

Partie I

Exercice 1 (3 points)

Soit un triangle *MNP* tel que : *MN* = 10, *MP* = 6 et $\widehat{NMP} = 100°$.

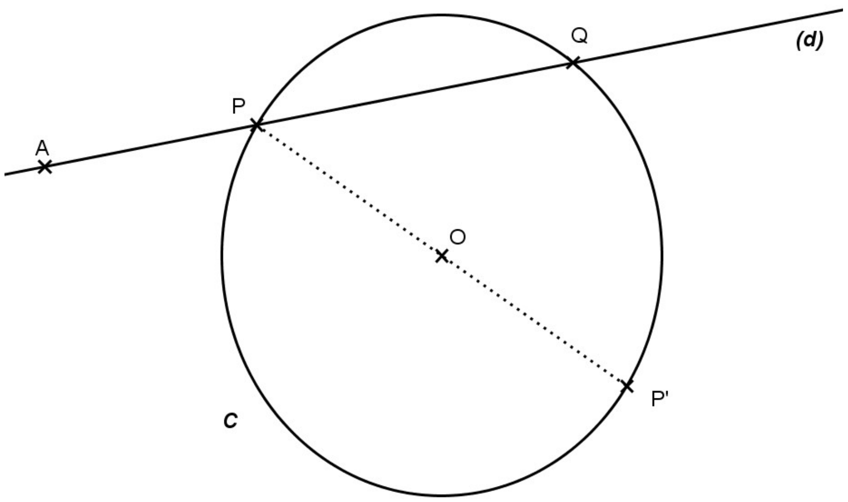
Donner une valeur approchée de *NP*, $\widehat{MNP}$ et $\widehat{MPN}$ au dixième près.

Exercice 2 (3 points)

$(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ est un repère orthonormal du plan.

1. Donner l'équation du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [*AB*] avec *A*(1 ; 1) et *B*(5 ; 3).
2. Déterminer une équation de la tangente en *B* au cercle $\mathcal{C}$.
3. Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

Exercice 3 (4 points)



$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O, de rayon R et A est un point fixé du plan.

Le but du problème est d'établir la propriété suivante :

Quelle que soit la droite d passant par A, coupant le cercle $\mathcal{C}$ en deux points P et Q, le produit scalaire $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ est constant.

1. Soit P' le point diamétralement opposé à P. Montrer que :
   $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'}$ et $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'} = AO^2 - R^2$. (***Indication*** penser à décomposer $\overrightarrow{AQ}$)
2. Conclure.

Partie II

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x^2}$ et

$\boldsymbol{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unités 1 cm.

1. Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$.
2. Étudier le sens de variation de f sur I.
3. Construire la courbe représentative de f sur [1 ; 4].

Exercice 6 (5 points)

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x - 3$.

On note $\boldsymbol{C}_f$ sa représentation graphique.

1. Calculer la dérivée f' de f puis étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. Déterminer une équation de la tangente T à $\boldsymbol{C}_f$ au point d'abscisse 0.
4. Tracer ***T*** et $\boldsymbol{C}_f$ (dans un même repère)
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution a

   dans l'intervalle [2 ; 3].

Exercice 7 (1 points + 1 point bonus)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé.

Montrer que le sommet de toutes les paraboles tangentes à la droite d'équation $y = x$ en O

appartient à une même droite dont on précisera l'équation.