D.C. n°8	Mathématiques	1ère S
Durée : 1 h	***Suites, Loi binomiale***	*28 mai 2013*

Ce sujet est à traiter sur deux copies doubles:

- **une pour les exercices 1 ; 2**
- **une deuxième pour les exercices 4 et 3**

Partie I

Exercice 1 (4 points)

1. Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{24}$, où (u_n) est la suite arithmétique de 1er terme 5 et de raison 3.
2. On pose $\boldsymbol{T} = \frac{8}{7} + \frac{4}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} + ...+ \frac{1}{7168}$.

   Calculer **T** après avoir vérifié que **T** est la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.

Exercice 2 (5 points)

On étudie l'évolution de la clientèle de deux opérateurs de téléphonie mobile M et C. Chaque année, 20 % de la clientèle de C va chez M et 30 % de la clientèle de M va chez C. Il n'y a pas de nouveaux abonnés.

On note u_n et v_n le nombre total de milliers d'abonnés pour l'année $2000+n$, respectivement chez C et M.

Les nombres d'abonnés en 2000 sont $u_0 = 320$ milliers et $v_0 = 180$ milliers.

1. Montrer que pour tout entier naturel n on a :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + \frac{3}{10}v_n \\ v_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{7}{10}v_n \end{cases}$$
2. On pose $s_n = u_n + v_n$ et $t_n = -2u_n + 3v_n$ pour tout entier n.
   - **a.** Montrer que la suite (s_n) est une suite constante dont on précisera la valeur.
   - **b.** Montrer que la suite (t_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
3. En déduire les expressions de u_n et v_n en fonction de n.
4. Les valeurs de u_n et v_n semblent-elles se stabiliser quand n devient grand ? Si oui, vers quelles valeurs ?

Partie II

Exercice 3 (5 points)

L'entraîneur d'une équipe de football observe à l'entraînement que lors d'une série de 5 tirs au but, un joueur pris au hasard dans son équipe marque :

- 2 buts avec une probabilité de 0,1 ;
- 3 buts avec une probabilité de 0,3 ;
- 4 buts avec une probabilité de 0,4 ;
- 5 buts avec une probabilité de 0,2 .

Pour la préparation d'un match, le coach fait tirer à ses joueurs deux séries de 5 tirs au but.
On suppose que les performances du joueur lors de la seconde série sont indépendantes de celles de la première.

1. Construire un arbre pondéré correspondant aux deux séries de tirs.
2. On considère X la variable aléatoire égale au nombre de buts marqués à l'issue des deux séries de tirs.

   a. Justifier que $P(X = 10) = 0{,}2^2$ et $P(X = 7) = 0{,}28$.

   b. Déterminer la loi de X.

   c. Calculer E(X) et interpréter ce résultat.

Exercice 4 (6 points)

Un constructeur de composants électroniques fabrique des résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à 5×10^{-3} . Soit X le nombre de résistances défectueuses dans un lot de 1000 résistances choisies au hasard dans la production de l'usine. La production de l'usine est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 1000 résistances.

1. Quelle est la loi de probabilités de X ?
2. Quelle est la probabilité qu'exactement deux résistances soient défectueuses sur un lot de 1000? *On pourra noter cet événement A.*
3. Quelle est la probabilité qu'au plus deux résistances soient défectueuses sur un lot de 1000? *On pourra noter cet événement B.*
4. Dans un lot de 1000 résistances, combien de résistances défectueuses peut-on craindre en moyenne ?