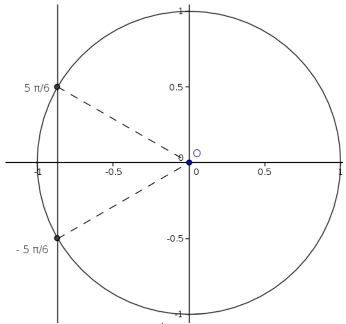
1èreS1

corrigé de l'évaluation n°3

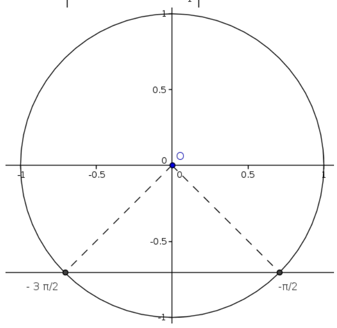
Exercice 1

1. $\cos(-\frac{\pi}{12}) = \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. $\cos(-\frac{11\pi}{12}) = \cos(-\pi+\frac{\pi}{12}) = -\cos\frac{\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
   $\sin\frac{5\pi}{12} = \sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12}) = \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
2. $\cos^2\frac{\pi}{12}+\sin^2\frac{\pi}{12} = 1$ donc $\sin^2\frac{\pi}{12} = 1-\cos^2\frac{\pi}{12} = 1-\frac{2+\sqrt{3}}{4} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$. $\frac{\pi}{12}\in]0;\frac{\pi}{2}[$ donc $\sin\frac{\pi}{12} > 0$
   et donc $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$.
3. $\tan\frac{\pi}{12} = \frac{\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12}} = \frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3}} = 2-\sqrt{3}$.

Exercice 2



1. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = -\cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \cos x = \cos(\pi-\frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \cos x = \cos(\frac{5\pi}{6})$
   donc $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6}+2k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$. Dans $]-\pi;\pi]$ on obtient (dans les deux cas, pour $k=0$) $S=\{-\frac{5\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\}$.



2. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \sin x = \sin(\frac{-\pi}{4})$ donc
   $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x = \pi-(-\frac{\pi}{4})+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{4}+2k\pi \end{cases}$. Dans $]-\pi;\pi]$ on obtient (pour $k=0$ dans le premier cas, et $k=-1$ dans le second)
   $S=\{-\frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4}\}$.

Exercice 3

$\cos 2x = \sin x \Leftrightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2}-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}-x+2k\pi \\ 2x = -(\frac{\pi}{2}-x)+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases}$

Dans $[0;2\pi[$, on obtient pour la première ligne, respectivement pour $k=0$, $k=1$ et $k=2$, $x=\frac{\pi}{6}$, $x=\frac{5\pi}{6}$ et $x=\frac{3\pi}{2}$. Pour la seconde ligne on obtient pour $k=1$, $x=\frac{3\pi}{2}$. Donc $S=\{\frac{\pi}{2} ; \frac{5\pi}{6} ; \frac{3\pi}{2}\}$

Exercice 4

1. La somme des probabilités est égale à 1 donc $0.25+a+a^2 = 1$. $0.25+a+a^2 = 1 \Leftrightarrow a^2+a-0.75 = 0$ pour cette équation, $\Delta = 4$ puis $a_1 = -\frac{3}{2}$ et $a_2 = \frac{1}{2}$. Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 donc a et a^2 sont compris entre 0 et 1 donc $a = \frac{1}{2}$.
2. $E(X) = 5\times0{,}25+10\times0.5+20\times0.75 = 11{,}25$.
   $V(X) = 5^2\times0{,}25+10^2\times0.5+20^2\times0.75 = 11{,}25-(E(X))^2 = 356{,}25-11.25^2 = 229{,}6875$