1èreS1

corrigé de l'évaluation n°5

Exercice 1

1. $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\dfrac{(2+h)^2-3(2+h)+1-(-1)}{h}=\dfrac{h^2+h}{h}=h+1$.

   Donc $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}h+1=1$ et f est dérivable en 2 avec $f'(2)=1$. La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y=f'(2)(x-2)+f(2) \Leftrightarrow y=x-3$.

2. $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\dfrac{\dfrac{4}{(2+h)-1}-4}{h}=\dfrac{\dfrac{-4h}{1+h}}{h}=-\dfrac{4}{1+h}$.

   Donc $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-4}{1+h}=-4$ et f est dérivable en 2 avec $f'(2)=-4$. La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y=f'(2)(x-2)+f(2) \Leftrightarrow y=-4x+12$.

Exercice 2

1. $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

2. $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{\sqrt{(1+h)^2+4}-\sqrt{5}}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{h^2+2h+5}-\sqrt{5}}{h}=\dfrac{h^2+2h+5-5}{h(\sqrt{h^2+2h+5}+\sqrt{5})}=\dfrac{h+2}{\sqrt{h^2+2h+5}+\sqrt{5}}$

   donc $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h+2}{\sqrt{h^2+2h+5}+\sqrt{5}}=\dfrac{0+2}{\sqrt{0^2+2\times 0+5}-\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ et f est dérivable en 1 avec $f'(1)=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Exercice 3

1. $\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})=1\times\sqrt{3}\times\cos(\dfrac{-5\pi}{6})=\sqrt{3}\times\dfrac{-\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{3}{2}$.

2. $\vec{u}\cdot\vec{v}=-3\times 3+2\times 5=1$.

3. $\vec{u}\cdot\vec{v}=\dfrac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2)=\dfrac{1}{2}(18-25-2)=-\dfrac{9}{2}$.

Exercice 4

1. $2\vec{u}\cdot(-5\vec{v})=-10\vec{u}\cdot\vec{v}=-10\times(-8)=80$.

2. $\vec{v}\cdot(\vec{u}-2\vec{v})=\vec{v}\cdot\vec{u}-2\vec{v}^2=-8-2\times 4^2=-40$.

3. $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=(\vec{u}+\vec{v})^2=\vec{u}^2+2\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}^2=5^2+2\times(-8)+4^2=25$ donc $\|\vec{u}+\vec{v}\|=\sqrt{25}=5$.

4. $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}=-\dfrac{8}{5\times 4}=-\dfrac{2}{5}$.

Exercice 4

$\vec{u}\perp\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Leftrightarrow m(m-1)+2\times(-6)=0 \Leftrightarrow m^2-m-12=0$. Le discriminant du trinôme m^2-m-12 est $\Delta=49$ puis $m_1=-3$ et $m_2=4$ qui sont donc les valeurs cherchées.