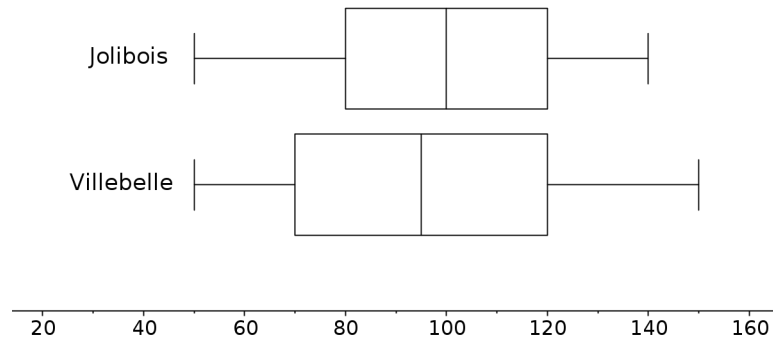


Exercice 1

1. Pour Jolibois, le minimum est 50, le premier quartile est 80, la médiane est 100, le troisième quartile est 120 et le maximum est 140. On obtiens alors les diagrammes suivants :



2. a. Vrai. Il s'agit de l'intervalle interquartile qui représente donc bien 50 % des appartements.
 b. Vrai 25 % des appartements de Villebelle ont une valeur supérieure ou égale au troisième quartile donc 1200 milliers d'euros. 75 % des appartements de Jolibois ont une valeur inférieure ou égale au troisième quartile qui est aussi 1200 milliers d'euros.
 c. Faux. 25 % des appartements les moins chers de Jolibois peuvent atteindre 800 milliers d'euros alors que 75 % des appartements les plus chers de Villebelle peuvent ne valoir que 700 milliers d'euros.
 d. Faux. $120 - 80 = 40$ qui représente 400 milliers d'euros.

Exercice 2

1. Pour la valeur 3, cet algorithme renvoie $0^2+1^2+2^2+3^2 = 14$. Pour 10 on obtient 385. Cet algorithme calcule la somme des carrés des n premiers nombres entiers.

$$f(x+1) - f(x) = \frac{(x+1)(x+1+1)(2(x+1)+1)}{6} - \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$$

$$2. = \frac{(x+1)(x+2)(2x+3)}{6} - \frac{x(x+1)(2x+1)}{6} = \frac{(x+1)}{6} ((x+2)(2x+3) - x(2x+1)) = \frac{(x+1)}{6} (6x+6) = (x+1)^2$$

3. On a $f(1) - f(0) = 1^2$, $f(2) - f(1) = 2^2$ etc... Donc,

$$S(n) = \sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = f(1) - f(0) + f(2) - f(1) + f(3) - f(2) + \dots + f(n) - f(n-1) = f(n) - f(0) = f(n)$$

$$\text{donc } S(n) = f(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Exercice 3

1. A' est le milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{A'B} = -\overrightarrow{A'C} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} = \vec{0}$.
2. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'A} = \vec{0}$.
3. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA'}$. Or (OA') est la médiatrice de $[BC]$ donc $(OA') \perp (BC)$ et comme \overrightarrow{AM} et $\overrightarrow{OA'}$ sont colinéaires, on a $(AM) \perp (BC)$ donc (AM) est la hauteur issue de A du triangle ABC .
4. De la même façon que pour la question précédente, en remarquant que $\overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'A} = \vec{0}$ on obtient $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{OC'}$ donc M est un point de la hauteur issue de C est M est donc l'orthocentre de ABC .
 M et H sont donc confondus.
5. $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{OG}$. \overrightarrow{OH} et \overrightarrow{OG} sont colinéaires donc les points O , G et H sont alignés.

Exercice 4

1. $4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2 \geq 0$ pour tout réel x . f est donc bien définie sur \mathbb{R} .

On peut remarquer que $f(x) = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$.

2. a. Si $x \in]-\infty; 0[$, $g(x) < 0$ et $f(x) > 0$ donc C_f est au-dessus de C_g .

$$\text{b. } f(x) - g(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} - x = \frac{(\sqrt{4x^2 + 4x + 1} - x)(\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + x)}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + x} = \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + x}.$$

- c. Sur $[0; +\infty[$, $3x^2 \geq 0$, $4x \geq 0$ et $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + x \geq 0$ donc $\frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1} + x} > 0$ et donc C_f est au-dessus de C_g .

