1èreS

corrigé du D.S. n°2

Exercice 1

1. $x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$ donc si $x \in [-3\ ;+\infty[$, $|x+3| = x+3$ et donc
   $f(x) = 2(x+3)-2(x+5) = -4$,
   et si $x \in]-\infty;-3[$, $|x+3| = -(x+3)$ et donc $f(x) = -2(x+3)-2(x+5) = -4x-16$.
2. Si $x \geq -3$, $f(x) = -4$ donc $f(x) < 0$.
   Si $x < -3$, $f(x) = -4x-16$ donc on résout $-4x-16 > 0 \Leftrightarrow x < -4$. donc si $x < -3$, $f(x) > 0$ et si $-4 \leq x < -3$, $f(x) < 0$. On a donc :

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

3. Si $x \in]-\infty;-3[$, $f(x) = -4x-16$ donc f est décroissante sur $]-\infty;-3[$.

   Si $x \in [-3;+\infty[$, $f(x) = -4$ donc f est constante sur $[\frac{4}{3};+\infty[$.
4. g est définie quand f est positive, donc l'ensemble de définition de g est $]-\infty;-4[$. Sur $]-\infty;-4[$, f est décroissante donc $g = \sqrt{f}$ est aussi décroissante sur cet intervalle.

Exercice 2

1. en remplaçant x par 1 et y par 2 dans l'équation de (d_m) , on obtient
   $m^2-2(m+1)-1 = 0 \Leftrightarrow m^2-2m-3 = 0$.
   Pour cette équation du 2nd degré, $\Delta = 16$, $m_1 = -1$ et $m_2 = 3$.
   Pour ces deux valeurs, la droite (d_m) passe donc par A.
   On a (d_{-1}): $x-1 = 0$ et (d_3): $9x-4y-1 = 0$
2. Le vecteur $\vec{v}(m+1;m^2)$ est un vecteur directeur de (d_m) donc vec u est un vecteur directeur de (d_m) si et seulement si vec u et vec v sont colinéaires.
   Ceci équivaut à $3m^2-4(m+1) = 0 \Leftrightarrow 3m^2-4m-4 = 0$.

   Pour cette équation du 2nd degré, $\Delta = 64$, $m_1 = -\frac{2}{3}$ et $m_2 = 2$ qui sont donc les valeurs cherchées.
3. (d_m) est parallèle à (D) si ces deux droites ont les mêmes vecteurs directeurs. $\vec{w}(3;5)$ est un vecteur directeur de (D) , donc, de la même façon que dans la question précédente il s'agit de résoudre l'équation $3m^2-5(m+1) = 0 \Leftrightarrow 3m^2-5m-5 = 0$. Pour cette équation, $\Delta = 85$ donc il existe deux

   valeurs, $m_1 = \frac{3-\sqrt{85}}{10}$ et $m_2 = \frac{3+\sqrt{85}}{10}$ pour lesquelles (d_m) est parallèle à (D) .

Exercice 3

1. $(\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CB})+(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$. Or BCI est un triangle équilatéral direct donc $(\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CB}) = -\frac{\pi}{3}$ et

   $ABCD$ est un carré tel que $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$ donc $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})=\frac{\pi}{2}$. Donc $(\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$.

   CDJ est un triangle équilatéral direct donc $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CJ}) = \frac{\pi}{3}$ donc

   $(\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CJ}) = (\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CJ}) = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$.

2. Les triangles BCI et CDJ sont des triangles équilatéraux donc $CI = CB$ et $CD = CJ$. $ABCD$ est un carré donc $AB = BC = CD$. On en déduit que $CI = CJ$ donc ICJ est isocèle en C et que $BA = BI$ donc IBA est isocèle en B .

3. ICJ est isocèle en C donc $(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IJ}) = (\overrightarrow{JI},\overrightarrow{JC}) = \frac{1}{2}(-\pi-(\overrightarrow{CJ},\overrightarrow{CI})) = \frac{1}{2}(-\pi+\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{4}$.

   Remarques : On fait attention à l'orientation des angles et pour la division par 2, on sait que l'angle cherché est aigu.

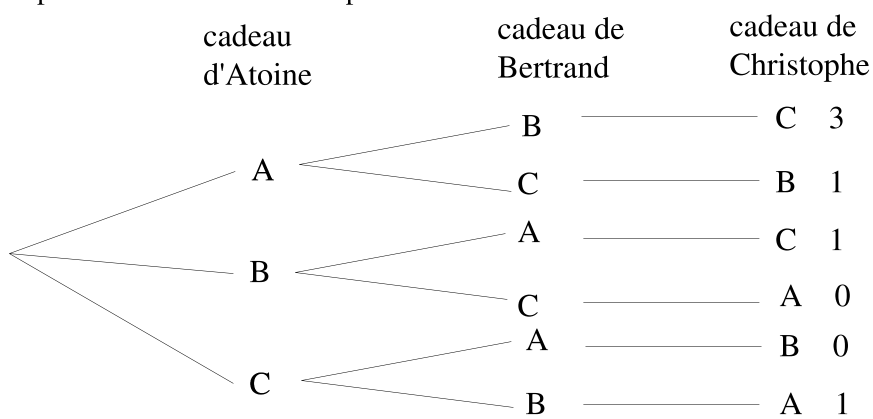
4. De même que dans les questions précédentes, $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BI}) = \frac{\pi}{6}$ puis $(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}) = \frac{1}{2}(-\pi+\frac{\pi}{6}) = -\frac{5\pi}{12}$.

   $(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IC}) = (\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB})+(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}) = -\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{3} = -\frac{3\pi}{4}$.

5. $(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}) = (\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IC})+(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IJ}) = -\frac{3\pi}{4}+(-\frac{\pi}{4}) = -\pi$. On en conclut donc que les point A , I et J sont alignés.

Exercice 4

1. On peut représenter les distributions possibles à l'aide de l'arbre suivant :



   (A : Avion ; B: Bateau ; C : Char)

2. a. Les six répartitions possibles étant équiprobables, on obtient la loi de probabilités suivante :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	0	$\frac{1}{6}$

b. $E(X) = 0\times\frac{2}{6}+1\times\frac{3}{6}+2\times0+3\times\frac{1}{6} = 1$

$V(X) = (0-1)^2\times\frac{2}{6}+(1-1)^2\times\frac{3}{6}+(2-1)^2\times0+(3-1)^2\times\frac{1}{6} = 1$

Exercice 5

Notons v la vitesse moyenne et t le temps de parcours, on a donc $vt = 600$. On a aussi

$(v+16)(t-1{,}25) = 600$. La première éqution nous donne $t = \frac{600}{v}$ et en remplaçant dans la seconde on a

$(v+16)(\frac{600}{v}-1{,}25) = 600 \Leftrightarrow 600-1{,}25v+\frac{9600}{v}-20 = 600 \Leftrightarrow -1{,}25v+\frac{9600}{v}-20 = 0$. En multipliant par $-v$, on obtient $1{,}25v^2+20v-9600 = 0$.

Pour cette équation du second degré, $\Delta = 48\,400$ puis $v_1 = -100$ et $v_2 = 80$. On cherche une vitesse positive donc Renaud a roulé à $80\,km/h$ de moyenne.