1èreS

corrigé de l'évaluation n°1

Exercice 1

1. α et β sont les coordonnées du sommet de la parabole, donc $\alpha = 3$ et $\beta = -1$.
2. La fonction f est décroissante puis croissante donc $a > 0$.
   $f(x) = a(x-3)^2-1$ et $f(2) = 1$ donc $a(2-3)^2-1 = 1 \Leftrightarrow a-1 = 1 \Leftrightarrow a = 2$.
   On a donc $f(x) = 2(x-3)^2-1 = 2(x^2-6x+9)-1 = 2x^2-12x+17$.
3. pour g , $\alpha = 1$ et $\beta = 3$. La fonction g est croissante puis décroissante donc $a < 0$.
   $g(x) = a(x-1)^2+3$ et $g(2) = 2$ donc $a(2-1)^2+3 = 2 \Leftrightarrow a+3 = 2 \Leftrightarrow a = -1$.
   On a donc $g(x) = -(x-1)^2+3 = -(x^2-2x+1)+3 = -x^2+2x+2$.

Exercice 2

1. Pour ce trinôme, $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{8}{10} = -\dfrac{4}{5}$ et
   $\beta = f(\alpha) = 5\times(\dfrac{-4}{5})^2 +8 time(\dfrac{-4}{5})+4 = \dfrac{16}{5}-\dfrac{32}{5}+\dfrac{20}{5} = \dfrac{4}{5}$.
   Donc $5x^2+8x+4 = 5(x+\dfrac{4}{5})^2+\dfrac{4}{5}$
2. a. $-3x^2+12x-1 = -3(x^2-4x+4-4+\dfrac{1}{3}) = -3((x+2)^2-\dfrac{11}{3}) = -3(x+2)^2+11$.
   b. $-2x^2-20x = -2(x^2+10x) = -2(x^2+10x+25-25) = -2((x+5)^2-25) = -2(x+5)^2+50$.
3. a. $5x^2+8x+4 = 5(x+\dfrac{4}{5})^2+\dfrac{4}{5} \geq \dfrac{4}{5}$ pour tout x, donc le trinôme n'a pas de racine et il ne se factorise pas.
   b. $x^2+6x-3 = (x+3)^2-12 = (x+3-\sqrt{12})(x+3+\sqrt{12}) = (x+3-2\sqrt{3})(x+3+2\sqrt{3})$.
   c. $-2x^2-20x = -2x(x+10)$.

Exercice 3

1. $x^2-3x+2=0$
   Le discriminant du trinôme x^2-3x+2 est $\Delta = (-3)^2-4\times1\times2 = 9-8 = 1$. Ses racines sont
   $x_1 = \dfrac{-(-3)-\sqrt{1}}{2} = 1$ et $x_1 = \dfrac{-(-3)+\sqrt{1}}{2} = 2$ qui sont les solutions de l'équation.
2. $-3x^2+x-1=0$
   Le discriminant du trinôme $-3x^2+x-1$ est $\Delta=1^2-4\times(-3)\times(-1)=1-12=-11$. $\Delta<0$ donc le trinôme n'a pas de racine et l'équation pas de solution.
3. $18x^2-24x+8 = 0 \Leftrightarrow 9x^2-12x+4 = 0 \Leftrightarrow (3x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x-2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$

Exercice 4

1. $x^2-7x+10\leq0$
   Le discriminant du trinôme $x^2-7x+10$ est $\Delta = (-7)^2-4\times1\times10 = 49-40 = 9$. Ses racines sont
   $x_1 = \dfrac{-(-7)-\sqrt{9}}{2} = 2$ et $x_1 = \dfrac{-(-7)+\sqrt{9}}{2} = 5$. $1 > 0$ donc le trinôme est négatif entre ses racines et $S = [2;5]$.
2. $-2x^2+20x-50 \geq 0 \Leftrightarrow x^2-10x+25 \leq 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 \leq 0$. Ce n'est possible que pour
   $x-5 = 0 \Leftrightarrow x=5$ qui est donc l'unique solution de cette inéquation.

Exercice 5

1. a. Graphiquement, l'équation a deux solutions, -1 et $\frac{1}{2}$.

   b. Il s'agit de résoudre l'équation $2x+1=\frac{1}{x} \Leftrightarrow x(2x+1)=1 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$. Cette équation a effectivement deux solutions, -1 et $\frac{1}{2}$.

2. a. Graphiquement, l'ensemble des solutions de cette équation est $]-1;0[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$.

   b. $f(x)>g(x) \Leftrightarrow 2x+1>\frac{1}{x} \Leftrightarrow 2x+1-\frac{1}{x}>0 \Leftrightarrow \frac{2x^2+x-1}{x}>0$. on a alors le tableau :

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x^2+x-1$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
quotient		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

et donc l'ensemble des solutions est $]-1;0[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$.