1èreS

corrigé de l'évaluation n°5

Exercice 1

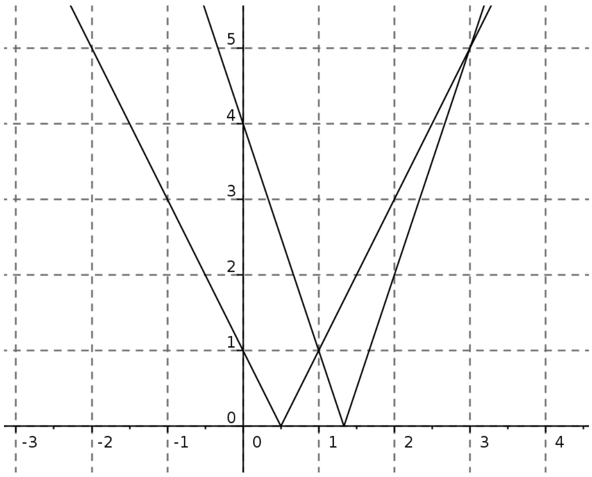
1. $3x-4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$ donc si $x \in [\frac{4}{3};+\infty[$, $f(x) = 3x-4$ et si $x \in]-\infty;\frac{4}{3}[$,

   $f(x) = -(3x-4) = -3x+4$.

   $-2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$ donc si $x \in]-\infty;\frac{1}{2}]$, $g(x) = -2x+1$ et si $x \in]\frac{1}{2};+\infty[$,

   $g(x) = -(-2x+1) = 2x-1$.

2. Voir ci-contre



3. Graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ a deux solutions, 1 et 3 .

4. Sur $]-\infty;\frac{1}{2}]$, $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -3x+4 = -2x+1 \Leftrightarrow x = 3$. Mais $3 \notin]-\infty;\frac{1}{2}]$ donc ce n'est pas une solution acceptable ici.

   Sur $]\frac{1}{2};\frac{4}{3}[$, $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -3x+4 = 2x-1 \Leftrightarrow x = 1$. $1 \in]\frac{1}{2};\frac{4}{3}[$ donc c'est une solution acceptable.

   Sur $[\frac{4}{3};+\infty[$, $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x-4 = 2x-1 \Leftrightarrow x = 3$. $3 \in [\frac{4}{3};+\infty[$ donc c'est une solution acceptable.

   L'équation a donc bien 1 et 3 comme solutions.

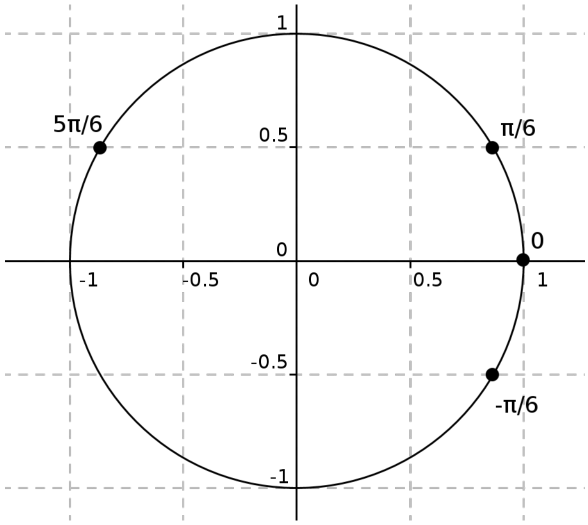
Exercice 2

1. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{6}$ donc $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3}+2k\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3}+2k\pi \end{cases}$. Ces deux valeurs sont dans

   $]-\pi;\pi]$ pour $k = 0$ dans les deux cas donc $S=\{-\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{6}\}$.

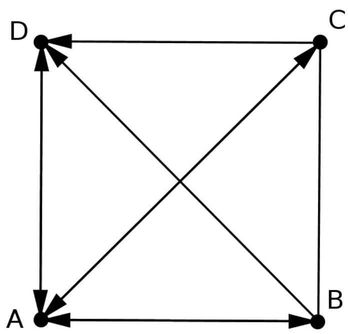
2. $3\sin x+1=\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x=\sin\dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\pi-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$. Ces deux valeurs sont dans $]-\pi;\pi]$ pour $k=0$ dans les deux cas donc $S=\{\dfrac{\pi}{6} ; \dfrac{5\pi}{6}\}$.

3. Posons $X=\cos x$. L'équation devient $X^2+10X-11=0$. pour cette équation du second degré, $\Delta=144$ puis $X_1=-11$ et $X_2=1$. Il faut donc résoudre les équations $\cos x=-11$ qui n'a pas de solution et $\cos x=1$ qui a comme unique solution 0 dans $]-\pi;\pi]$. Donc $S=\{0\}$.



Exercice 3

1. Voir ci-contre



2. (AC) est la bissectrice de $\widehat{BAD}$ donc $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\dfrac{\pi}{4}$.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et de sens contraire, donc $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\pi$.

$(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\dfrac{\pi}{4}$.

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DA})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})+\pi=\dfrac{5\pi}{4}$ et sa mesure principale est $\dfrac{5\pi}{4}-2\pi=-\dfrac{3\pi}{4}$.

(BD) et (CA) sont les diagonales du carré donc elles sont perpendiculaires et $(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{CA})=\dfrac{\pi}{2}$.