

Exercice 1

1. On obtient le tableau suivant :

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

On a donc 5 valeurs possibles pour X : 0, 1, 2, 3, 4 et 5.

2. Les 36 cases du tableau représentent des issues équiprobables, on a donc la loi de probabilités suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

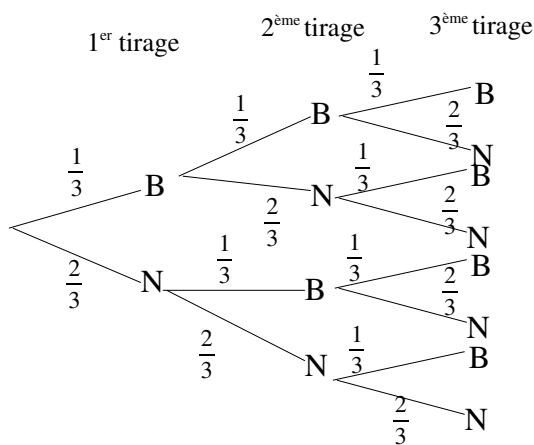
$$3. P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \text{ et } P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{6}{36} + \frac{10}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}.$$

$$4. E(X) = 0 \times \frac{6}{36} + 1 \times \frac{10}{36} + 2 \times \frac{8}{36} + 3 \times \frac{6}{36} + 4 \times \frac{4}{36} + 5 \times \frac{2}{36} = \frac{70}{36} = \frac{35}{18}.$$

$$V(X) = 0^2 \times \frac{6}{36} + 1^2 \times \frac{10}{36} + 2^2 \times \frac{8}{36} + 3^2 \times \frac{6}{36} + 4^2 \times \frac{4}{36} + 5^2 \times \frac{2}{36} - \left(\frac{35}{18}\right)^2 = \frac{665}{324} \approx 2.$$

Exercice 2

1. A chaque tirage, la probabilité d'obtenir une boule blanche est $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ et la probabilité d'obtenir une boule noire est $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. On a donc l'arbre pondéré suivant :



2. L'évènement A correspond à une seule issue, la première branche de l'arbre. On a donc

$$P(A) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}.$$

$$B = \bar{A} \text{ donc } P(B) = 1 - P(A) = \frac{26}{27}.$$

3 issues correspondent à exactement deux boules noires, la probabilité de chacune est $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$.

$$\text{Donc } P(C) = 3 \times \frac{4}{27} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

Exercice 3

1. a. Pour chaque chiffre on a 3 possibilités. En tout on a donc $3^4 = 81$ possibilités.

b. Le nombre de code sans « 0 » est $2^4 = 16$ car pour chaque chiffre on n'a plus que 2 possibilités. Le nombre de codes comportant au moins un « 0 » est donc $81 - 16 = 65$.

c. Les 81 codes sont équiprobables donc la probabilité cherchée est $\frac{65}{81}$.

2. On obtient le tableau ci-contre pour l'évolution des différentes variables. Le code pour aller au 3^{ème} étage est donc 70.

N	P	U	K	S	C
3	0	0	0	0	0
3	64	0	0	0	0
3	64	0	0	0	0
3	64	0	1	0	0
3	64	4	1	0	0
3	64	4	1	64	0
3	4	4	1	64	0
3	4	4	2	64	0
3	4	4	2	64	0
3	4	4	2	68	0
3	8	4	2	68	0
3	8	4	3	68	0
3	8	8	3	68	0
3	8	8	3	76	0
3	6	8	3	76	0
3	6	8	4	76	0
3	6	6	4	76	0
3	6	6	4	82	0
3	2	6	4	82	0
3	2	6	5	82	70