

**Exercice 1**

1.  $u_{n+1} - u_n = 3(n+1)^2 - (n+1) - 5 - (3n^2 - n - 5) = 6n + 2 > 0$  (car  $n \geq 0$ ) donc  $(u_n)$  est strictement croissante.

Remarque : On peut aussi étudier le sens de variation de la fonction  $x \rightarrow 3x^2 - x - 5$  et calculer  $u_0$  et  $u_1$ .

2.  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{5}{4}u_n}{u_n} = \frac{5}{4} > 1$ . Or  $(u_n)$  est une suite à termes strictement positifs, on peut donc dire que  $(u_n)$  est strictement croissante.

**Exercice 2**

1.

$N$	1	2	3	4
$A$	-8	-5	-2,75	-1,0625

2. a. Calculer  $u_{n+1}$  revient à effectuer la boucle une fois de plus que pour calculer  $u_n$ , donc

$$u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1.$$

b.  $(u_n)$  semble croissante.

3.  $u_n < 4 \Rightarrow \frac{3}{4}u_n < 3 \Rightarrow \frac{3}{4}u_n + 1 < 4 \Leftrightarrow u_{n+1} < 4$ . Comme  $u_0 < 4$ , on peut en déduire que tous les termes de la suite  $(u_n)$  sont inférieurs à 4.
4.  $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{4}u_n + 1 - u_n = -\frac{1}{4}u_n + 1$ . Or  $u_n < 4$  donc  $-\frac{1}{4}u_n > -1$  puis  $-\frac{1}{4}u_n + 1 > 0$  et donc, pour tout  $n$ ,  $u_{n+1} - u_n > 0$ . On peut en déduire que la suite  $(u_n)$  est croissante.

**Exercice 3**

1.  $f'(x) = \frac{4}{3}$
2.  $f'(x) = 2x + 2$ .
3.  $f'(x) = 2 \times 4x^3 - \frac{3}{4} \times 2x - 1 = 8x^3 - \frac{3}{2}x - 1$
4. Posons  $u(x) = \sqrt{x}$  donc  $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  et  $v(x) = x^2 - 1$  donc  $v'(x) = 2x$ . On a alors
- $$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = \frac{x^2 - 1}{2\sqrt{x}} + 2x\sqrt{x} = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{x}}.$$
5. Posons  $v(x) = 3x^2 - x + 7$  donc  $v'(x) = 6x - 1$ . On a alors  $f'(x) = 5 \times \frac{-v'(x)}{v(x)^2} = \frac{5(6x - 1)}{(3x^2 - x + 7)^2}$
6. Posons  $u(x) = 5x - 3$  donc  $u'(x) = 5$  et  $v(x) = 3x - 1$  donc  $v'(x) = 3$ . On a alors
- $$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{5(3x - 1) - 3(5x - 3)}{(3x - 1)^2} = \frac{4}{(3x - 1)^2}.$$
7. Posons  $u(x) = \sqrt{x} - 3$  donc  $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . On a alors  $f'(x) = 2u'(x)u(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$ .