PROBABILITÉS

1. **Généralités**
   1. Vocabulaire
      a. L'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire s'appelle l'univers (Ou univers des possibles).
      b. La partie de l'univers ne contenant aucune issue est appelée événement impossible. On le note $\emptyset$.
      c. L'intersection des évènements A et B est l'événement qui a lieu quand A et B ont lieu en même temps. On le note $A\cap B$.
      d. L'union de deux évènements A et B est l'événement qui a lieu quand A ou B ont lieu (ou les deux). On le note $A\cup B$.
      e. L'événement contraire d'un événement A est l'événement qui a lieu quand A n'a pas lieu. On le note $\bar{A}$.
      f. Deux évènements incompatibles sont deux évènements qui ne peuvent pas se produire en même temps.
   2. Propriétés
      a. Si on note U l'univers, $p(U)=1$. $p(\emptyset)=0$.
      b. Quels que soient les évènements A et B, $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$.
      c. Si A et B sont incompatibles, $p(A\cap B)=0$ et $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$.
      d. Pour tout événement A, $p(\bar{A})=1-p(A)$.
2. **Arbres pondérés**
   1. Dans certaines situations, on peut représenter les éventualités d'une expérience aléatoire à l'aide d'un arbre, En particulier si l'expérience aléatoire se compose de plusieurs actions successives. On a un arbre pondéré en affectant à chaque branche une probabilité relative au noeud dont elles est issue (La somme des probabilités affectées aux branches issues d'un même noeud est donc toujours égale à 1).
   2. La probabilité d'un événement est égale au produit des probabilités affectées aux branches qui forment le chemin correspondant à cet événement.
3. **Probabilités conditionnelles**
   1. Définition
      Étant donnés deux évènements A et B, on appelle probabilité de A sachant B le nombre $\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$. On le note $p_B(A)$ ou $p(A/B)$. $p_B(A)$ Est la probabilité que l'évènement A soit réalisé si on sait que l'évènement B l'est.
      Remarque : Toutes les probabilités apparaissant sur les branches d'un arbre pondéré sont des probabilités conditionnelles.
   2. Évènements indépendants
      On dit que deux évènements A et B sont indépendants si $p(A\cap B)=p(A)\times p(B)$. Ceci équivaut à $p_B(A)=p(A)$ si $p(B)\neq 0$ ou $p_A(B)=p(B)$ si $p(A)\neq 0$. Ceci signifie donc que de savoir qu'un des deux évènements est réalisé ne change pas la probabilité de l'autre.
   3. Probabilités totales.
      Si des événements A_1, A_2, … , A_n forment une partition de l'univers, c'est-à-dire si quels que soient i et j, $A_i\cap A_j=\emptyset$ et si $A_1\cup A_2\cup ...\cup A_n=U$ alors pour tout événement B on a $p(B)=p_{A_1}(B)\times p(A_1)+p_{A_2}(B)\times p(A_2)+...+p_{A_n}(B)\times p(A_n)$