

SUITES

1. Généralités

1. Suite Majorée, minorée, bornée

Une suite (u_n) est dite majorée s'il existe un nombre M tel pour tout n , $u_n \leq M$.

Dans ce cas, on dit aussi que M est un majorant de la suite (u_n) .

Une suite (u_n) est dite minorée s'il existe un nombre m tel pour tout n , $u_n \geq m$.

Dans ce cas, on dit aussi que m est un minorant de la suite (u_n) .

Une suite majorée et minorée est dite bornée.

2. Suite monotone

Une suite est croissante ou décroissante sur tout son ensemble de définition est dite monotone.

Remarque : Étudier le sens de variation d'une suite revient à étudier le signe de

$$u_{n+1} - u_n, \text{ ou, si } u_n > 0, \text{ étudier si } \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1.$$

3. Suite convergente

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ est un nombre fini, on dit que la suite (u_n) est convergente. Dans les autres cas, on dit que la suite est divergente.

Remarque : toute suite convergente est bornée.

2. Suite arithmétique

1. Une suite arithmétique de raison r est une suite telle que pour tout n , $u_{n+1} = u_n + r$.

dans ce cas on a aussi $u_n = u_0 + n \times r$.

2. Une suite arithmétique (de raison non nulle) n'est ni bornée ni donc convergente.

3. Une suite arithmétique est monotone, croissante si sa raison est positive et décroissante si elle est négative.

4. Somme des termes

$$\text{Si } (u_n) \text{ est une suite arithmétique, } \sum_{i=0}^{i=n} u_i = \frac{u_0 + u_n}{2} \times (n+1).$$

3. Suite géométrique

1. Une suite géométrique de raison q est une suite telle que pour tout n , $u_{n+1} = u_n \times q$.

dans ce cas on a aussi $u_n = u_0 \times q^n$.

2. Une suite géométrique de raison q est convergente (vers 0) si $-1 < q < 1$. Si $q > 1$ la suite tend vers $+\infty$ ou $-\infty$ et si $q \leq -1$ la suite n'a pas de limite.

3. Une suite géométrique est monotone si sa raison est positive.

4. Somme des termes

$$\text{Si } (u_n) \text{ est une suite géométrique de raison } q, \sum_{i=0}^{i=n} u_i = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

remarque : cette somme converge si $-1 < q < 1$.