TES **correction du devoir surveillé n°1**

Exercice 1

a. $f(x)=6x-6$ b. $f(x)= 3+\frac{5}{x^2}$ c. $f(x)=4x(2x-4)+2\times 2x^2=12x^2-16x$

d. $f(x)=\frac{-2(x-4)+1\times(2x-1)}{(x-4)^2}=\frac{7}{(x-4)^2}$ e. $f(x)=3\times 2x(x^2+1)^3=6x(x^2+1)^3$

f. $f(x)=\frac{2}{2\sqrt{(2x-3)}}=\frac{1}{\sqrt{(2x-3)}}$

Exercice 2

1. Par lecture graphique :
   a. On a

x	$-\infty$		3		9		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$f'(x)\geq 0$ si $x\in]-\infty;3]\cup[9;+\infty[$ et $f'(x)\leq 0$ si $x\in[3;9]$

   b. L'équation $f(x)=1$ a 3 solutions.
   c. $0\leqslant f(x)\leqslant 2.$ pour $x\in[0{,}25;0{,}8]\cup[6;7{,}45]\cup[10{,}35;11{,}2]$ (à 0,05 près)

2. $f(6)=2$ et $f'(6)=\frac{-1-2}{8-6}=-\frac{3}{2}$. Donc Δ a pour équation $y=-\frac{3}{2}(x-6)+2 \Leftrightarrow y=-\frac{3}{2}x+11$.

Exercice 3

1. f est définie pour $x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$ donc f est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x différent de 1,
   $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}=\frac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1}=\frac{ax^2+(b-a)+c-b}{x-1}$ .On cherche donc a, b et c tels que
   $\begin{cases} a=2 \\ b-a=-5 \\ c-b=7 \end{cases}$ ce qui donne $\begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=4 \end{cases}$ donc $f(x)=2x-3+\frac{4}{x-1}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x-3))=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-3+\frac{4}{x-1}-(2x-3))=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x-1}=\frac{4}{+\infty-1}=0$ et de même $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(2x-3))=0$ .Donc la droite d'équation $y=2x-3$ est asymptote à C en $+\infty$ et $-\infty$
4. $f(x)-(2x-3)=2x-3+\frac{4}{x-1}-(2x-3)=\frac{4}{x-1}$ On étudie donc le signe de $\frac{4}{x-1}$ c'est-à-dire celui de $x-1$. $x-1\leq 0$ sur $[1;+\infty[$ Donc C est au-dessus de Δ sur $[1;+\infty[$ et en dessous sur $[-\infty;1[$
5. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)=\frac{1}{0^-}=-\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$. Donc la droite d'équation $x=1$ est asymptote à C .

Exercice 4

1. Les coûts fixes sont $C(0)=500$ € .
2. Il s'agit de résoudre l'inéquation $C(q)\geq 4700 \Leftrightarrow 0{,}02q^2+8q+500\geq 4700 \Leftrightarrow 0{,}02q^2+8q-4200\geq 0$
   Le discriminant du trinôme $0{,}02q^2+8q-4200$ est $\Delta=8^2-4\times 0{,}02\times(-4200)=400$ et ses solutions sont $q_1=\frac{-8-\sqrt{400}}{2\times 0{,}02}=-700$ et $q_2=\frac{-8+\sqrt{400}}{2\times 0{,}02}=300$ Le trinôme est du signe de a, c'est-à-dire positif à l'extérieur des racines, et q est un nombre positif, donc le coût est superieur à 4700 € a partir de 300 appareils produits.
3. $R(q)=19q$ et $B(q)=R(q)-C(q)=-0{,}02q^2+11q-500$.
4. Il s'agit de résoudre l'inéquation $b(q)>0 \Leftrightarrow -0{,}02q^2+11q-500>0$. On a $\Delta=81$ puis $q_1=50$ et $q_1=50$. Donc l'usine réalise un bénéfice pour une production comprise entre 50 et 500 appareils.
5. $B'(q)=-0{,}04q+11$ $B'(q)\geq 0$ pour $q\geq 275$ et $B'(q)\leq 0$ après. Ainsi la fonction B est croissante jusqu'à 275 et décroissante après. Son maximum est donc atteint pour production de 275 appareils. Ce maximum est B(275) = 1012,5 €.