TES mardi 21 octobre 2008

Devoir surveillé n°2
Type bac, durée 3 heures

Exercice 1 (3 points)
Tracer la courbe *C* d'une fonction *f* définie sur R-{2} telle que :

- *C* a une asymptote verticale d'équation $x=2$.
- *C* a une asymptote horizontale en +∞ d'équation $y=3$.
- *C* a une asymptote horizontale en –∞ d'équation $y=-1$.
- *f* est croissante sur $]-\infty;2[$ et sur $]2 \ ;+\infty[$.
- l'équation $f(x)=0$ a deux solutions 0 et 5.

Exercice 2 (4 points)
On donne les valeurs d'un indice boursier au premier de chaque mois entre janvier et septembre 2001.

Date	1/01	1/02	1/03	1/04	1/05	1/06	1/07	1/08	1/09
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice y_i	7 100	6 900	6 800	6 600	6 500	6 350	6 400	6 250	6 000

Les calculs seront effectués à l'aide de la calculatrice. Aucun détail de ces calculs n'est demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points M_i associé à la série statistique (x_i ; y_i). On prendra 1 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour 200 points d'indice en ordonnées, en commençant au point (0 ; 5 000). Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point G dans le repère.
2. La forme du nuage permet-elle d'envisager un ajustement affine ?
3. Donner l'équation réduite de la droite d d'ajustement affine de *y* en *x* par la méthode des moindres carrés. (Le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine seront arrondis au centième). Tracer la droite d dans le repère.
4. On suppose que la tendance se poursuit.
   a. En utilisant cet ajustement, donner une estimation à 10 points près de cet indice boursier au 1er janvier 2002.
   b. Calculer le mois à partir duquel on peut estimer que cet indice sera inférieur à 5 000. Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ? Compléter votre graphique pour illustrer votre vérification.
5. Calculer la somme S des carrés des résidus de la série (x_i ; y_i) par rapport à la droite d.

Exercice 3 (5 points)

Pour les élèves ne suivant pas l'enseignement de spécialité

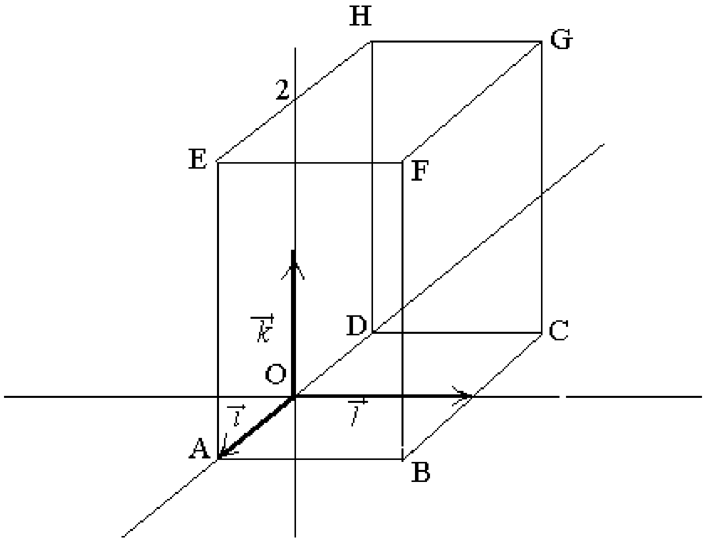
Soit *f* la fonction numérique définie sur R par $f(x)=x^3-30x^2+112$. Il s'agit d'étudier le signe de $f(x)$ et de résoudre une équation de différentes manières.

1. **Méthode A**
   a. Calculer les limites de *f* en $+\infty$ et en $-\infty$.
   b. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
   c. Dresser le tableau de variation de *f* sur R.
   d. Démontrer que l'équation $f(x)=0$ a trois solutions.
   e. Avec la calculatrice, donner l'arrondi au dixième ou la valeur exacte de chaque solution, on détaillera en donnant les tableaux de valeurs pour chaque solution.
2. **Méthode B**
   a. Calculer $f(2)$.
   b. Trouver deux réels b et c tels que pour tout *x* réel on puisse écrire $f(x)=(x-2)(x^2+bx+c)$.
   c. Résoudre l'équation $f(x)=0$ et donner les solutions sous une forme exacte.

Exercice 3 bis(5 points)

Pour les élèves suivant l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ La figure représente un pavé droit. Le point O est le milieu de [AD]. On appelle P le milieu du segment [EF].



1.
   a. Quel ensemble de points de l'espace a pour équation z = 2 ?
   b. Déterminer une équation du plan (ABF).
   c. En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).
2.
   a. Quelles sont les coordonnées des points A, G et P ?
   b. Placer sur la figure le point Q de coordonnées (0 ; 0,5 ; 0).
   c. Déterminer une équation cartésienne du plan (APQ).

3.
   a. Construire sur la figure les segments [PQ] et [AG].
   b. Le point G appartient-il au plan (APQ) ? Justifier.

4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur ?

Exercice 4 (8 points)
Une entreprise souhaite s'implanter dans un secteur en pleine expansion. Elle décide la fabrication d'un article existant déjà sur le marché, mais dont la production est dispersée. Le prix moyen de vente de ce produit est de 6 €. Une étude montre que la fabrication de chaque article reviendra à 4 € et que les frais fixes de production nécessitent un investissement de 35 000 €.

Partie 1 : étude du prix de revient unitaire de fabrication.

1. Déterminer le coût total $C_T(q)$ de la production de *q* articles.
2. Exprimer le prix $r(q)$ de revient d'un article en fonction de la quantité *q* fabriquée. Faire la représentation graphique de la fonction *r* ainsi créée pour $10\ 000 \leq q \leq 400\ 000$.
3. Quelle quantité minimale doit être produite pour que le prix de revient unitaire soit inférieur à 5 € ? à 4,10 € ?
4. Existe-t-il un prix de revient minimal ? Argumenter votre réponse en utilisant les propriétés de la fonction *r*.

Partie 2 : étude de la marge bénéficiaire de l'entreprise
La demande de cet article augmente évidemment lorsque le prix diminue, et la fonction demande pour un prix de vente *p* est : $D(p) = 1\ 300\ 000 - 200\ 000 \times p$.
On suppose que l'entreprise met sur le marché la quantité d'articles égale à la demande de sa clientèle qui achète ces articles au prix de vente égal à *p*.

1. Montrer que le bénéfice pour un prix de vente *p* est :
   $B(p) = D(p) \times (p-4) - 35\ 000$.
   Calculer le montant en euros du bénéfice quand le prix de vente est fixé à 6 €.
2. Pour améliorer ses performances, l'entreprise envisage deux autres stratégies commerciales en modifiant le prix de vente de ses produits.
   A : fixer le prix de lancement à 4,5 € afin de promouvoir cet article et affaiblir la concurrence.
   B : fixer un prix qui assure le bénéfice maximal.
   Calculer le bénéfice pour les deux politiques commerciales **A** et **B**.
   Comparer ces deux stratégies à celle annoncée en début de problème, prix de vente fixé à six euros.