

### Devoir surveillé n°6

#### Exercice 1 (8 points)

Le seuil maximum d'alcoolémie toléré pour conduire une automobile est 0,5 gramme par litre. Un laboratoire a mis au point un éthylotest . Théoriquement, celui-ci devrait être positif lorsqu'une personne testée a une alcoolémie strictement supérieure au seuil toléré. Mais il n'est pas parfait :

- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, l'éthylotest est positif 96 fois sur 100 ;
- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré, l'éthylotest est positif 3 fois sur 100.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants.

Dans une région donnée, 95 % des conducteurs d'automobile ont un seuil d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

On soumet, au hasard, un automobiliste de cette région à l'éthylotest.

On définit les événements suivants :

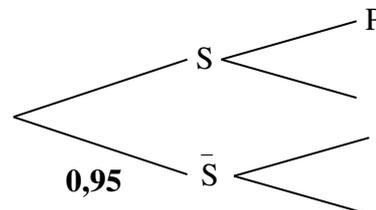
$P$  : l'éthylotest est positif et donc  $\bar{P}$  : l'éthylotest est négatif ;

$S$  : le conducteur a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré et donc

$\bar{S}$  : le conducteur a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

1. Que valent les probabilités suivantes :  $p(S)$  ,  $p(\bar{S})$  ,  $p_S(P)$  ,  $p_{\bar{S}}(P)$  ?

2. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



3. Quelle est la probabilité  $p(P \cap S)$  que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, et que l'éthylotest soit positif ?

4.a) Calculer  $p(P \cap \bar{S})$  , puis  $p(P)$  .

b) Quelle est la probabilité  $p_P(S)$  qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, sachant que l'éthylotest est positif ?

5. Quelle est la probabilité pour que l'éthylotest donne un résultat erroné ?

**Exercice 2** (4 points)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $X^2 - 3X - 10 = 0$ .

En déduire la résolution et les solutions des équations et inéquations suivantes :

a.  $\frac{e^{x^2}}{e^{3x+10}} = 1$

b.  $e^x - 3 - 10e^{-x} = 0$ .

c.  $e^{2x} > 3e^x + 10$ .

**Exercice 3** (4 points)

Calculer la dérivée de la fonction  $f$  dans les cas suivants :

1.  $f(x) = e^{4x+3}$

2.  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

3.  $f(x) = \ln(e^{2x} + 3)$

4.  $f(x) = \sqrt{e^x}$

**Exercice 4** (4 points)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 + e^{0,5x}$

1. Représenter la fonction  $f$  dans un repère orthonormal, d'unités 1cm en abscisse et 0,5cm en ordonnée.

2. Déterminer la primitive  $F$  de la fonction  $f$  qui s'annule pour  $x=0$

3. Calculer  $\int_{-2}^0 f(x) dx$ . En déduire l'aire en  $\text{cm}^2$ , arrondie à  $10^{-2}$  près, de la partie du plan comprise entre les droites d'équations,  $x=0$ ,  $x=-2$  et  $y=0$  et la courbe représentative de  $f$ .