corrigé du bac blanc, exercice de spécialité

Partie A

1. a. $\Omega A=|z_\Omega-z_A|=|2+\frac{1}{2}i-(1+i)|=|1-\frac{1}{2}i|=\sqrt{1+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ et de même $\Omega C=\frac{\sqrt{5}}{2}$ et $\Omega D=\frac{\sqrt{5}}{2}$ donc le cercle de centre Ω passant par A passe aussi par C et D.
   b. $z_\Omega=\frac{z_A+z_D}{2}$ donc Ω est le milieu de $[AD]$ et est un diamètre $[AD]$ de (C).
   c. voir figure.
   d. $\Omega O=|z_\Omega|=\frac{\sqrt{17}}{2}>\frac{\sqrt{5}}{2}$ donc O est extérieur à (C) et donc au segment $[AB]$ qui est une corde de (C).
2. $O\notin[AB]$ et $O\notin[CD]$ donc $\widehat{AOD}=\widehat{COB}$. $\widehat{OBC}=\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADO}=\widehat{ADC}$ or $\widehat{ADC}=\widehat{ABC}$ car ce sont des angles inscrits interceptant le même arc. Les triangles OAD et OCB ont donc deux angles égaux deux à deux, ils sont donc semblables. Par ailleurs, $[BC]$ n'est pas un diamètre de (C) donc $BC\neq AD$ et OAD et OCB ne sont pas isométriques.
   a. On a $S(O)=O$, $S(B)=D$ et $S(C)=A$ donc S transforme l'angle $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$ en $(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA})$. Comme $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})=(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD})=-(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA})$, on peut dire que S est une similitude indirecte. De plus $BC\neq AD$ donc ce n'est pas une réflexion.
   b. S est de centre O car $S(O)=O$.

Partie B

1. a. Comme les triangles OAD et OCB sont semblables, leurs côtés sont proportionnels et on a $\frac{OA}{OC}=\frac{OD}{OB}$ donc $OA\times OB=OC\times OD$.
   b. $|z_B|=OB=\frac{OC\times OD}{OA}=|\frac{z_C z_D}{z_A}|=|\frac{3}{1+i}|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $arg(z_B)=arg(z_A)=arg(1+i)=\frac{\pi}{4}(2\pi)$.
2. On a $z'=a\overline{z}+b$ avec $z=z_M$, $z'=z_{M'}$ et $M'=S(M)$. On sait que $S(O)=O$ ce qui amène $b=0$ et $S(C)=A$ donc $a=1+i$. S est donc définie par $z'=(1+i)\overline{z}$.
3. $S\circ S$ a pour écriture complexe $z''=(1+i)\overline{(1+i)\overline{z}}=2z$ donc $S\circ S$ est l'homothétie de centre O et de rapport 2