TS spécialité

corrigé du devoir surveillé n°1

Exercice 1

1. L'ensemble des diviseurs de 6 est $E=\{-6;-3;-2;-1;1;2;3;6\}$.

2. $(n-4)|6 \Leftrightarrow (n-4)\in E \Leftrightarrow n\in\{-2;1;2;3;5;6;7;10\}$.

3. $(n-4)|(n-4)$ donc $(n-4)|(n+2) \Leftrightarrow (n-4)|((n+2)-(n-4)) \Leftrightarrow (n-4)|6 \Leftrightarrow n\in\{-2;1;2;3;5;6;7;10\}$.

4. $(n+1)|(n+1)$ donc $(n+1)|3(n+1)$ donc $(n+1)|(3\text{n}-4) \Leftrightarrow (n+1)|((3\text{n}-4)-(3\text{n}+3)) \Leftrightarrow (n+1)|(-7)$ ce qui amène à $(n+1)\in\{-7;-1;1;7\} \Leftrightarrow n\in\{-8;-2;0;6\}$.

Exercice 2

1. a. $100=7\times 14+2$ donc $100\equiv 2(7)$.
   b. D'une part, $10^{2n}=(10^2)^n=100^n$ et $100\equiv 2(7)$ donc $10^{2n}\equiv 2^n(7)$. D'autre part, pour tout entier y , $7y^2\equiv 0(7)$ donc $3x^2+7y^2\equiv 3x^2(7)$. Donc si $3x^2+7y^2=10^{2n}$ alors $3x^2\equiv 2^n(7)$.

2. On a :

Reste de la division euclidienne de x par 7	1	2	3	4	5	6
Reste de la division euclidienne de $3x^2$ par 7	3	5	6	6	5	3

3. $2^1=2\equiv 2(7)$, $2^2=4\equiv 4(7)$ et $2^3=8\equiv 1(7)$. Par ailleurs, pour tout entier n , il existe des entiers q et r tels que $n=3q+r$ avec $r\in\{0;1;2\}$. Donc $2^n=2^{(3q+r)}=(2^3)^q\times 2^r\equiv 2^r(7)$. Comme $r\in\{0;1;2\}$, ceci prouve que 2^n est congru à 1 , 2 ou 4 modulo 7 .
   la question précédente montre que pour tout entier x , $3x^2$ est congru à 3 , 5 ou 6 modulo 7 et donc, $3x^2$ et 2^n ne peuvent pas être congrus modulo 7 et l'équation (G) n'a donc pas de solution.