

Type Bac n°1 Exo de spécialité

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soient les points A, A', B et B' d'affixes respectives :

$$z_A = 1 - 2i, z_{A'} = -2 + 4i, z_B = 3 - i, z_{B'} = 5i.$$

1.

- a. Placer les points A, A', B et B' dans le plan complexe. Montrer que $ABB'A'$ est un rectangle.
- b. Soit s la réflexion telle que $s(A) = A'$ et $s(B) = B'$. On note (Δ) son axe. Donner une équation de la droite (Δ) et la tracer dans le plan complexe.
- c. On note z' l'affixe du point M' image par s du point M d'affixe z .
Montrer que :

$$z' = \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \right) \bar{z} + 2i - 1.$$

2. Soit g l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point P d'affixe z' définie par :

$$z' = \left(-\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \right) \bar{z} + 5 - i.$$

- a. On note C et D les images respectives de A et B par g ; déterminer les affixes de C et D et placer ces points dans le plan complexe.
- b. Soit Ω le point d'affixe $1 + i$ et soit h l'homothétie de centre Ω et de rapport -2 . Montrer que C et D sont les images respectives de A' et B' par h .
- c. Soit M_1 d'affixe z_1 l'image par h de M , d'affixe z . Donner les éléments caractéristiques de h^{-1} et exprimer z en fonction de z_1 .

3. On pose $f = h^{-1} \circ g$.

- a. Déterminer l'expression complexe de f .
- b. Reconnaître f . En déduire une construction du point P , image par g d'un point M quelconque donné du plan.