TS spécialité
Bac blanc

Partie A : Restitution organisée de connaissances

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct.
On supposera connu le résultat suivant :

Une application f du plan dans lui-même est une similitude directe si et seulement si f admet une écriture complexe de la forme $z' = az+b$ où $a\in\mathbb{C}-\{0\}$ et $b\in\mathbb{C}$.

Démontrer que si A, B, A' et B' sont quatre points tels que A est distinct de B et A' est distinct de B', alors il existe une unique similitude directe transformant A en A' et B en B'.

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, unité graphique $2\,cm$.
On note A, B, C, D et E les points d'affixes respectives
$z_A=2i$, $z_B=2$, $z_C=4+6i$, $z_D=-1+i$ et $z_E=-3+3i$.
Placer les points sur une figure qui sera complétée au fur et à mesure des questions.

1. Déterminer la nature du triangle ABC.

2. Soit f la similitude plane directe telle que $f(A)=D$ et $f(B)=A$.

   a. Donner l'écriture complexe de f.
   b. Déterminer l'angle, le rapport et le centre Ω de cette similitude.
   c. Montrer que le triangle DAE est l'image du triangle ABC par la similitude f.
   d. En déduire la nature du triangle DAE.

3. On désigne par (Γ_1) le cercle de diamètre $[AB]$ et par (Γ_2) le cercle de diamètre $[AD]$.
   On note M le second point d'intersection du cercle (Γ_1) et de la droite (BC), et N le second point d'intersection du cercle (Γ_2) et de la droite (AE).

   a. Déterminer l'image de M par la similitude f.
   b. En déduire la nature du triangle ΩMN.
   c. Montrer que $MB\times NE=MC\times NA$.