

Devoir surveillé n°1

Exercice 1 (8 points)

Les trois questions sont indépendantes.

1. Soit n un entier relatif. En vérifiant que $2n+1 = 2(n-3)+7$, trouver l'ensemble des entiers n tels que $n-3$ divise $2n+1$.
2. n est ici un entier naturel. En vérifiant que $n^2-n+3 = (n-2)(n+1)+5$; trouver l'ensemble des entiers naturels n tels que $n+1$ divise n^2-n+3 .
3. Déterminer les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$ est un entier relatif.

Exercice 2 (4 points)

k est un entier naturel. Soient $a = 6k+5$ et $b = 8k+3$. Prouver qu'il n'existe au plus que deux diviseurs positifs communs à a et b .

Exercice 3 (4 points)

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que quel que soit n , $3n^4+5n+1$ est impair.
2. En déduire que $3n^4+5n+1$ n'est jamais divisible par $n(n+1)$.

Exercice 4 (4 points)

Les entiers naturels a et b sont tels que $a > b$, $a+b = 86$ et le reste de la division euclidienne de a par b est 9. Déterminer a et b .