

## Devoir surveillé n°3

1.
  - a. Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel non nul  $n$  le reste dans la division euclidienne par 9 de  $5^n$ .
  - b. Démontrer alors que  $(2012)^{2012} \equiv 7(9)$ .
  
2.
  - a. Démontrer que pour tout entier naturel non nul  $n$  :  
 $(10)^n \equiv 1(9)$ .
  - b. On désigne par  $N$  un entier naturel écrit en base dix, on appelle  $S$  la somme de ses chiffres.  
Démontrer la relation suivante :  $N \equiv S(9)$ .
  - c. En déduire que  $N$  est divisible par 9 si et seulement si  $S$  est divisible par 9.
  
3. On suppose que  $A = (2012)^{2012}$  ; on désigne par :  
 $B$  la somme des chiffres de  $A$  ;  
 $C$  la somme des chiffres de  $B$  ;  
 $D$  la somme des chiffres de  $C$  .
  - a. Démontrer la relation suivante :  $A \equiv D(9)$ .
  - b. Sachant que  $2012 < 10000$ , démontrer que  $A$  s'écrit en numération décimale avec au plus 8048 chiffres. En déduire que  $B \leq 72432$ .
  - c. Démontrer que  $C \leq 45$ .