

Devoir surveillé n°1

Exercice 1 (4 points)

1. Effectuer la division euclidienne de 1212 par 235 .
2. a. Justifier que si $n \mid 1212$ et si $n \mid 235$ alors $n \mid 37$.
b. 1212 et 235 ont-ils des diviseurs positifs communs autres que 1 ?
3. 1212 et 425 sont-ils premiers entre eux ?

Exercice 2 (3 points)

Déterminer les couples d'entiers naturels $(m; n)$ tels que $n^2 - m^2 = 15$.

Exercice 3 (3 points)

1. Justifier que $n-1 \mid n^3 - n^2$ et $n-1 \mid n^2 - 1$. En déduire que $n-1 \mid n^3 - 1$.
2. Effectuer la division de $n^3 - 1$ par $n - 1$.

Exercice 4 (2 points)

Déterminer le reste de la division euclidienne de a et b par 23 sachant que :

$$a \equiv 34(23) \text{ et } b \equiv 29(46)$$

Exercice 5 (4 points)

Soit a et b deux entiers naturels.

1. Montrer que si $a+b$ et $a-b$ sont premiers entre eux alors a et b sont premiers entre eux.
2. La réciproque est-elle vraie ?

Exercice 6 (4 points)

n est un entier naturel.

1. Quel est le reste de la division euclidienne de $(n+1)^2$ par $n+4$?
2. Quel est le reste de la division euclidienne de n^2+2 par $n+1$?