

## TS spécialité

### exo type bac

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Soit  $n$  un entier naturel non nul.

1. On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :  $a, b$  : entiers positifs
            $d, u$  et  $v$  : entiers
Lire  $a$ 
Lire  $b$ 
Lire  $d$ 
 $u$  prend la valeur 0
 $v$  prend la valeur 0
Tant que  $a \times u + b \times v \neq d$ 
    Si  $a \times u + b \times v < d$  alors
         $u$  prend la valeur  $u + 1$ 
    Sinon
         $v$  prend la valeur  $v - 1$ 
    Fin du Si
Fin du tant que
Afficher  $u$ 
Afficher  $v$ 
```

- a. Que se passe-t-il pour cet algorithme si  $d$  n'est pas un multiple de  $PGCD(a; b)$  ?  
Que fait cet algorithme ?
- b. On considère l'équation  $(E) : 3x + 7y = 10^{2n}$  où  $x$  et  $y$  sont des entiers relatifs.  
Déterminer un couple  $(u; v)$  d'entiers relatifs tels que  $3x + 7y = 1$ .  
(On pourra utiliser l'algorithme précédent)  
En déduire une solution particulière  $(x_0; y_0)$  de l'équation  $(E)$ .
- c. Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs solutions de  $(E)$ .
2. On considère l'équation notée  $(G)$  :

$$3x^2 + 7y^2 = 10^{2n} \text{ où } x \text{ et } y \text{ sont des entiers relatifs.}$$

a. Montrer que  $100 \equiv 2(7)$ .

Démontrer que si  $(x; y)$  est solution de  $(G)$  alors  $3x^2 \equiv 2^n(7)$ .

b. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Reste de la division euclidienne de $x$ par 7	1	2	3	4	5	6
Reste de la division euclidienne de $3x^2$ par 7						

c. Démontrer que  $2^n$  est congru à 1, 2 ou 4 modulo 7.

En déduire que l'équation  $(G)$  n'admet pas de solution.