

Exercice 1

$$1. f(x) = \sqrt{u(x)} \text{ avec } u(x) = 1-x \text{ donc } u'(x) = -1. \text{ Donc } f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}.$$

$$2. f(x) = \sqrt{u(x)} \text{ avec } u(x) = 4x^2-3 \text{ donc } u'(x) = 8x. \text{ Donc } f'(x) = \frac{8x}{2\sqrt{4x^2-3}} = \frac{4x}{\sqrt{4x^2-3}}.$$

$$3. f(x) = u(x)^4 \text{ avec } u(x) = 2x^3+1 \text{ donc } u'(x) = 6x^2.$$

$$\text{Donc } f'(x) = 6x^2 \times 4 \times (2x^3+1)^3 = 24x^2(2x^3+1)^3.$$

$$4. f(x) = u(x)^3 \text{ avec } u(x) = (x+1)\sqrt{x} \text{ donc } u'(x) = 1 \times \sqrt{x} + (x+1) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3x+1}{2\sqrt{x}}.$$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{3x+1}{2\sqrt{x}} \times 3 \times ((x+1)\sqrt{x})^2 = \frac{3x(3x+1)(x+1)^2}{2\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}(3x+1)(x+1)^2}{2}.$$

$$5. f(x) = u(x) \times v(x) \text{ avec } u(x) = \sin x \text{ donc } u'(x) = \cos x \text{ et } v(x) = \cos x \text{ donc } v'(x) = -\sin x.$$

$$\text{Donc } f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \sin(2x).$$

$$6. f(x) = u(x)^5 \text{ avec } u(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ donc } u'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{5}{\cos^2 x} (\tan x)^4.$$

$$7. f(x) = u(ax+b) \text{ avec } u(x) = \cos x \text{ donc } f'(x) = -\frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$8. f(x) = e^{u(x)} \text{ avec } u(x) = 4x-3 \text{ donc } f'(x) = 4e^{4x-3}.$$

Exercice 2

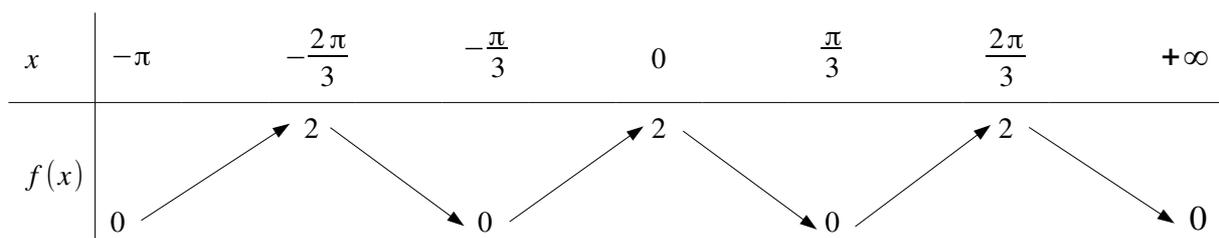
$$1. f(-x) = \cos(-3x)+1 = \cos(3x)+1 = f(x) \text{ donc } f \text{ est paire.}$$

$$2. f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + 1 = \cos(3x + 2\pi) + 1 = \cos(3x) + 1 = f(x) \text{ donc } f \text{ est périodique de période } 2\pi.$$

$$3. f'(x) = 3 \times -\sin(3x) = -3\sin(3x) \text{ or si } x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \text{ alors } 3x \in [0; \pi] \text{ donc } \sin(3x) \geq 0. \text{ Comme}$$

$$f'(x) \text{ est du signe de } -\sin(3x), f \text{ est décroissante sur } \left[0; \frac{\pi}{3}\right].$$

4. par parité et périodicité, on a :



Exercise 3

1. $(e^{2-\sqrt{3}})^{2+\sqrt{3}} = e^{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = e^{4-3} = e$.

2. $e^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = e^{\frac{1}{6}}$.

3. $\frac{e^{3x}+e^{-3x}}{2} \times \frac{e^{3x}-e^{-3x}}{2} = \frac{(e^{3x})^2-(e^{-3x})^2}{4} = \frac{e^{6x}-e^{-6x}}{4}$.

4. $\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} + \frac{2}{e^x+1} = \frac{e^x(1-e^{-x})}{e^x(1+e^{-x})} + \frac{2}{e^x+1} = \frac{e^x-1}{e^x+1} + \frac{2}{e^x+1} = \frac{e^x+1}{e^x+1} = 1$