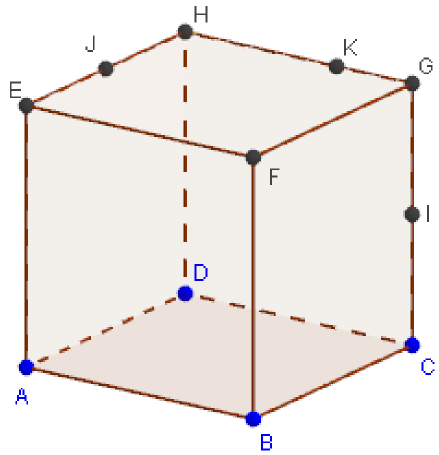
DEVOIR SURVEILLÉ N° 7	
Calcul vectoriel dans l'espace et loi normale	*Le 11 avril 2016*

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.
Soulignez ou encadrez vos résultats.

Exercice 1 (3 *points*)

Soit $ABCDEFGH$ un cube, I le milieu de $[CG]$, J le milieu de $[EH]$ et K défini par : $\overrightarrow{GK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{GH}$.

Montrer que les points A, I, J et K sont coplanaires.



Exercice 2 (3 points)

La droite Δ a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+2t \\ z=-1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

1. Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}$ de Δ.
2. Justifier qu'il existe un point A de Δ d'abscisse 4.
3. La droite Δ passe-t-elle par le point B de coordonnées $\left(-10;\frac{16}{3};-\frac{14}{3}\right)$?

Exercice 3 (3 points)

Dans $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ un repère de l'espace, on a $\vec{u}(1;1;0)$, $\vec{v}(0;1;1)$, $\vec{w}(1;1;1)$ et $A(2;1;0)$.

1. a) Montrer que $(O;\vec{u};\vec{v})$ définit un plan. On notera $\mathcal{P}$ ce plan.
   b) Déterminer une représentation paramétrique de $\mathcal{P}$.
2. Déterminer l'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la droite $\mathcal{D}$ passant par A de vecteur directeur $\vec{w}$.

Exercice 4 (3 points)

Une société de livraison dépose régulièrement ses colis à la marie d'une ville.
Deux trajets sont possibles au livreur pour se rendre à la mairie. Après des relevés effectués sur plusieurs livraisons, le manager fait les propositions suivantes :

- On note X la variable aléatoire modélisant en minute la durée du trajet A.
  La variable aléatoire X suit une loi normale de paramètres 41 et 25 $(\mathcal{N}(41;25))$.
- On note Y la variable aléatoire modélisant en minute la durée du trajet B.
  La variable aléatoire Y suit une loi normale de paramètres 43 et 4 $(\mathcal{N}(43;4))$.

Les colis doivent être livrés avant 12 h afin que la société ne paye pas de pénalité.

1. En partant de l'entreprise à 11 h 16 min, quel trajet doit choisir le livreur pour avoir le plus de chance d'arriver à l'heure ?
2. En partant de l'entreprise à 11 h 15 min, quel trajet doit choisir le livreur pour avoir le plus de chance d'arriver à l'heure ?

Exercice 5 (4 points)

Sur une chaîne d'embouteillage dans une brasserie, la quantité x (en cℓ) de liquide fournie par la machine pour remplir chaque bouteille de contenance 83 cℓ, peut être modélisée par une variable aléatoire X de la loi normale de moyenne μ et d'écart-type $\sigma = 2$.

1. Le directeur de la coopérative demande de régler la machine pour qu'il y ait moins de 1% de bouteilles qui débordent. Quelle est alors la valeur de μ ?
2. a) Quelle est, dans les conditions de la question 1, la probabilité que la bouteille contienne moins de 75 cℓ ?
   b) La législation imposant qu'il y ait moins de 0,1 % de bouteilles contenant moins de 75 cℓ, la législation est-elle respectée ?

Exercice 6 (4 points)

Une entreprise emploie 220 salariés. La probabilité pour qu'un salarié soit malade une semaine donnée durant une période d'épidémie est égale à $p = 0{,}05$.
On suppose que l'état de santé d'un salarié ne dépend pas de l'état de santé de ses collègues.
On désigne par X la variable aléatoire qui donne le nombre de salariés malades une semaine donnée.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. a) Calculer l'espérance mathématique μ et l'écart type σ de la variable aléatoire X .
   b) Justifier que cette loi binomiale peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.
3. On admet que l'on peut approcher la loi de la variable aléatoire $\frac{X-\mu}{\sigma}$ par la loi normale centrée réduite, c'est-à-dire la loi normale de paramètres 0 et 1.
   On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.
   Le tableau suivant donne les probabilités de l'événement $Z < x$ pour quelques valeurs du nombre réel x .

x	–1,55	–1,24	–0,92	–0,62	–0,31	0,00	0,31	0,62	0,93	1,24	1,55
$p(Z < x)$	0,061	0,108	0,177	0,268	0,379	0,500	0,621	0,732	0,823	0,892	0,939

Calculer, au moyen de l'approximation proposée, une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité de l'événement : « le nombre de salariés absents dans l'entreprise au cours d'une semaine donnée est supérieur ou égal à 7 et inférieur ou égal à 15 ».