

NUMÉRATION BINAIRE

1. Rappel

L'écriture décimale d'un nombre entier repose sur 10 symboles (chiffres), un pour chaque nombre positif ou nul inférieur à 10 et la juxtaposition de ces chiffres dont la place indique la puissance de 10 que chacun représente. On a par exemple :

$$2419 = 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 .$$

2. Écriture binaire d'un nombre entier positif

a. Définition

Il s'agit d'écrire les nombres avec seulement deux symboles, 0 et 1, représentant des puissance de 2. Par exemple :

$$11001 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 8 + 1 = 25$$

Le nombre écrit 11001 en écriture binaire correspond donc au nombre 25 en écriture décimale.

Remarque : Pour éviter les confusions, on peut ajouter un 2 en indice au nombre pour indiquer qu'il s'agit d'une écriture binaire. On peut donc écrire :

$$11001_2 = 25$$

b. Conversion en écriture binaire

Pour trouver l'écriture binaire d'un nombre, on effectue des divisions euclidiennes successives de ce nombre et le reste de la n-ième division correspond au n-ième chiffre binaire (en partant de la droite) . Exemple pour le nombre 25 :

25 divisé par 2 à pour quotient 12 et reste 1

12 divisé par 2 à pour quotient 6 et reste 0

6 divisé par 2 à pour quotient 3 et reste 0

3 divisé par 2 à pour quotient 1 et reste 1

1 divisé par 2 à pour quotient 0 et reste 1

On obtient donc bien comme écriture binaire : 11001_2 .

3. Écriture hexadécimale

a. L'écriture hexadécimale est une écriture des nombres a l'aide de 16 symboles. Les chiffres décimaux représentent les nombres de 0 à 9 puis, pour les nombres 10, 11, 12, 13, 14 et 15 on utilise respectivement les lettres A, B, C, D, E et F. Exemple :

$$2AF_{16} = 2 \times 16^2 + 10 \times 16 + 15 = 512 + 160 + 15 = 687 .$$

b. Conversions

On détermine l'écriture hexadécimale d'un nombre en effectuant des divisions par 16. Exemple pour 687 :

687 divisé par 16 à pour quotient 42 et reste 15 (F)

42 divisé par 16 à pour quotient 2 et reste 10 (A)

2 divisé par 16 à pour quotient 0 et reste 2

On obtient donc bien comme écriture hexadécimale : $2AF_{16}$.

Un chiffre en écriture hexadécimale correspond à quatre chiffres en écriture binaire car $16 = 2^4$. De ce fait la conversion entre écriture binaire et hexadécimale est très simple et se fait par bloc de quatre chiffres. Par exemple : $11011010001_2 = 6D1_{16}$

Écriture binaire	Écriture hexadécimale	Écriture décimale
0	0	0
1	1	1
10	2	2
11	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

4. Octet

Un octet est un ensemble de huit bits et peut donc stocker la représentation d'un nombre de huit chiffres en écriture binaire, c'est-à-dire de deux chiffres en écriture hexadécimale. Un octet peut donc stocker un nombre entier positif compris entre 0 et 255. ($255 = FF_{16}$)

Remarque : On peut aussi stocker sur un octet des entiers relatifs compris entre -128 et 127.