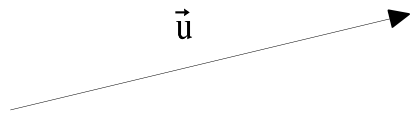
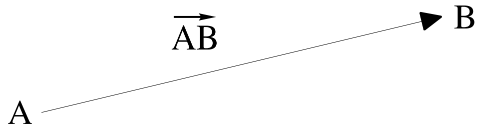
VECTEURS

I. Vecteurs et translations

1. Translation
   Une translation est une transformation qui a un point M du plan associe un point M' situé à une distance donnée et dans une direction donnée (la direction est ce qui est commun à deux droites parallèles) et dans un sens donné du point M.
2. Vecteur
   Un vecteur est ce qui caractérise une translation. Un vecteur est donc défini par une longueur une direction et un sens.
   On note un vecteur à l'aide d'une lettre surmontée d'une flèche. Par exemple $\vec{u}$ ou $\vec{v}$.

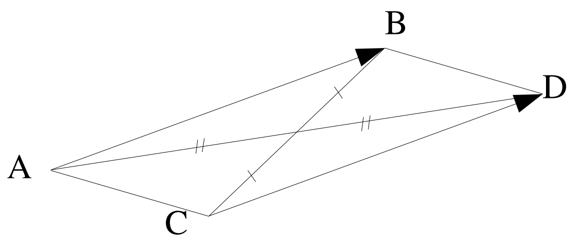


Le vecteur de la translation qui transforme A en B peut se noter $\overrightarrow{AB}$.



II. Égalités de vecteurs

1. Dire que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.



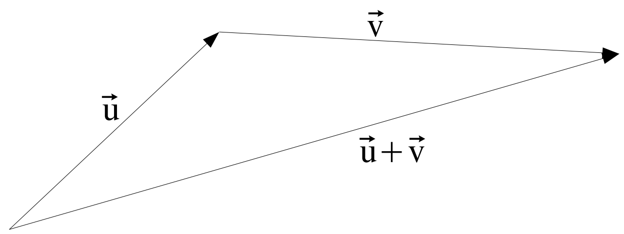
   Remarque : Dans les cas ou les points A, B, C et D ne sont pas alignés, cela revient à dire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

2. Si ABDC est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$.

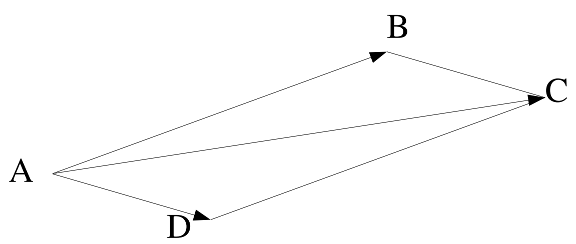
III.Somme de vecteurs

1. Vecteur nul
   Le vecteur associé à la translation de distance nulle (c'est-à-dire par laquelle chaque point reste à sa place) est appelé vecteur nul, on le note $\vec{0}$. C'est le seul vecteur qui n'a ni direction ni sens. Pour tout point M, $\overrightarrow{MM}=\vec{0}$.

2. Définition
   Étant donnée une translation T_1 de vecteur $\vec{u}$ et une translation T_2 de vecteur $\vec{v}$, la transformation obtenue en appliquant ces deux translations successivement est encore une translation. On note $\vec{u}+\vec{v}$ le vecteur qui la caractérise.
   Remarque : Si on a $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$, on dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont opposés et on note $\vec{v}=-\vec{u}$. Dans ce cas, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de même longueur, de même direction mais de sens contraire. On a aussi $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$.



3. Propriétés
   1. Propriétés algébriques
      Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$,
      a. $\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$
      b. $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
      c. $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$
   2. Relation de Chasles
      Quels que soient les points A, B et C on a : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
      Remarque : On a aussi $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$.
   3. Parallélogramme
      Dire que ABCD est un parallélogramme équivaut à dire que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$



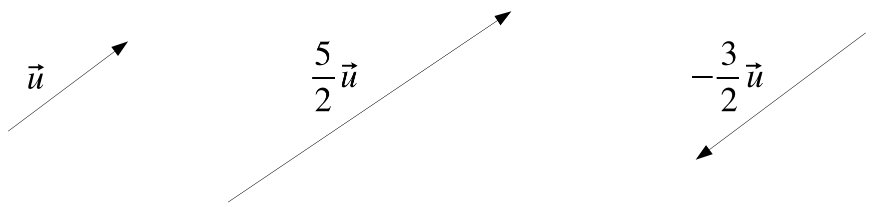
IV. Multiplication d'un vecteur par un nombre

1. Définition

   Étant donné un nombre k et un vecteur $\vec{u}$, le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur défini par :

   - la longueur $|k| \times \|\vec{u}\|$,
   - la direction de $\vec{u}$,
   - le même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$ et
     le sens contraire à celui de $\vec{u}$ si $k < 0$. (Si $k = 0$, $k\vec{u} = \vec{0}$)

   Remarque : $|k|$ se lit valeur absolue de k, c'est le nombre k sans son signe. Par exemple $|-2| = |2| = 2$.



2. Vecteurs colinéaires

   a) Des vecteurs colinéaires sont des vecteurs de même direction.

   b) deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un nombre k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$ (ou si $\vec{v} = \vec{0}$).

   c) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires équivaut à (AB) parallèle à (CD) .
   $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires équivaut à A , B et C alignés.

V. Repérage

1. Définition

   Un repère du plan est formé par un point et deux vecteurs non colinéaires. On le note par exemple $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On dit que le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé (ou orthonormal) si les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont orthogonaux et de norme 1.

   Les coordonnées x et y du point M dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont les uniques nombres tels que $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

2. Coordonnées d'un vecteur

   Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont les uniques nombres tels que $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

   Si on a $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_b - x_A ; y_B - y_A)$.

   Si on a $\vec{u}(x_{\vec{u}} ; y_{\vec{u}})$ et $\vec{v}(x_{\vec{v}} ; y_{\vec{v}})$, alors $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} ; y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}})$ et $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(k\,x_{\vec{u}} ; k\,y_{\vec{u}})$.

3. Milieu
   Si on a $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors les coordonnées du milieu I de $[AB]$ sont $(\frac{x_b+x_A}{2} ; \frac{y_B+y_A}{2})$.
   Remarque : Vectoriellement, le fait que I soit le milieu de $[AB]$ se caractérise par $\vec{IA}=-\vec{IB}$ ou $AI=\frac{1}{2}\vec{AB}$ (entre autres).

4. Distance
   Dans un repère orthonormé, si on a $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors la distance AB est donnée par la formule $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$